

具有约束学习速率的频域盲均衡算法

沈希忠^{1,2}, 许海翔¹, 史习智¹

(1. 上海交通大学振动冲击噪声国家重点实验室, 上海 200030; 2. 上海应用技术学院机械与自动化学院电子信息教研室, 上海 200235)

摘要: 多通道的盲均衡在语音分离、去混响、通信、信号处理和控制等领域具有广泛的应用, 本文基于二阶统计量在频域重新构造评价函数, 为避免得到平凡解在评价函数中额外引入了一项不可简约多项式的描述. 然后, 应用自然梯度法导出盲均衡算法, 为了确保算法收敛, 同时给出迭代收敛条件, 并将它用来约束学习速率. 仿真实验表明, 该算法能够分离可均衡的有限冲激响应系统, 从而证实了该算法的有效性.

关键词: 盲均衡; 评价函数; 自然梯度法; 学习速率

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)04-0762-04

Blind Equalization Algorithm in Frequency Domain Characterised with Restricted Learning Rate

SHEN Xi-zhong^{1,2}, XU Hai-xiang¹, SHI Xi-zhi¹

(1. National Key Laboratory for Vibration, Shock & Noise, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China;

2. School of Mechanical & Automation Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 200235, China)

Abstract: Multichannel blind equalization is an important task for numerous applications such as speech separation, dereverberation, communication, signal processing and control, etc. In this paper, we reconstruct a cost function based on second order statistics. To avoid trivial solution, an additional item is added to the cost function, which assures that the equalizer is irreducible. Then, an algorithm is derived with natural gradient search method for multichannel blind source separation and deconvolution of convolved signal mixtures. To avoid divergence of the algorithm, an iterative converging condition is also given, and is used to adjust the learning rate. Simulations indicate the ability of the algorithm to perform blind equalization under the weaker condition (the FIR system is equalizable).

Key words: Blind equalization; cost function; nature gradient; learning rate

1 引言

目前, 关于独立源盲分离的研究在国内外受到了各个领域专家的关注, 多通道盲均衡算法是独立源盲分离的一个分支, 由于它在语音分离、去混响、通信、信号处理和控制等领域的广泛应用, 已经成为盲处理研究的一个热点. 多通道盲均衡的任务是仅仅由观察信号恢复源信号^[1].

独立源盲分离一般假设各个源信号之间是统计独立的, 如果进一步假设源信号是独立同分布(iid)的非高斯信号, 那么在盲均衡算法中必须使用均衡器输出信号的高级统计量(HOS)才能从观察信号中分离源信号. 基于这些假设已经发展了许多盲均衡算法, 并且这些算法已经成功地应用于平稳信号的情况, 对于非平稳信号, 目前尚在研究之中^[1,2]. 当然, 在这些算法中都不可避免地直接或者间接使用HOS.

另一方面, 有很多学者仅仅由均衡器输出信号的二阶统

计量(SOS)进行盲均衡算法的研究. 有资料证实: 对于下文提到的式(1)和式(2)表示的盲处理线性数学模型, 仅仅由SOS足够进行盲均衡^[1,2]. Hua和Tugnait^[3]已经证明如果FIR系统是无可简约的, 并且源信号是空间不相关的(spatially uncorrelated), 各个源信号具有相异的功率谱, 有限冲激响应多输入多输出(FIR MIMO)系统在排列不定和比例任意的意义下仅仅由SOS是可辨识的. 然而, 他们并没有给出具体的算法. 在此基础上, Mitusuru Kawamoto和Yujiro Inouye^[4]在较弱的条件(即在均衡器输出SOS下FIR系统是可辨识的)下给出了一种盲均衡的充要条件, 并在频域导出了盲均衡算法.

本文基于SOS在频域重新构造评价函数, 为避免得到平凡解在评价函数中额外引入了一项不可简约的均衡器多项式的描述. 然后, 应用自然梯度法导出盲均衡算法, 为了确保算法收敛, 给出迭代收敛条件, 并将它用来约束学习速率. 仿真实验表明, 该算法能够分离可均衡的有限冲激响应系统, 从而

证实了该算法的有效性.

2 盲均衡的数学模型

在多通道的盲均衡中, 传感器接收到的离散信号是 n 维观察向量 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$, 假设该向量由 m 维源信号向量 $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)]^T$ ($m \leq n$) 通过下述多输入多输出(MIMO)线性混合模型产生

$$x(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} H_p s(t-p) \quad (1)$$

式中 $H_p \in C^{n \times m}$ 是延迟为 p 时的 $n \times m$ 维混合系数矩阵. 多通道的盲均衡目标就是从接收到的传感器信号 $x(t)$ 中估计或者恢复源信号 $s(t)$, 这里“恢复”一词不是对源信号的完全辨识(恒等), 而是对源信号有一定比例和延时后的估计, 并且恢复后的信号排列次序不定.

用一个双无限的多通道盲均衡器来估计源信号, 其估计模型为

$$y(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} W_p(t) x(t-p) \quad (2)$$

式中 $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$ 是一个 m 维的输出向量, $W_p(t)$, $-\infty \leq p \leq +\infty$ 是一个 $m \times n$ 维双无限系数矩阵, 实际应用时可以截取一定的长度. 如果用算子的形式来描述, 则均衡器的输入输出可以表述如下

$$x(t) = H(z) [s(t)] \quad (3)$$

$$y(t) = W(z, t) [x(t)] = C(z, t) [s(t)] \quad (4)$$

式中 $W(z, t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} W_p(t) z^{-p}$, $H(z, t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} H_p z^{-p}$, $C(z, t) = W(z, t) H(z)$ 分别是均衡器, 通道及其组合冲激响应的 z 变换, 在公式中, z^{-1} 表示延迟算子, 关系如 $z^{-p} [s_i(t)] = s_i(t-p)$ MIMO 系统的盲均衡目标就是调整 $W(z, t)$, 使组合冲激响应满足迫零条件(zero forcing condition)^[9]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(z, t) = PD\Lambda(z) \quad (5)$$

式中 P 是一个 $m \times m$ 维的排列矩阵, 该矩阵在任一行或者任一列只有一个元素为 1, 其他都为零, D 为 $m \times m$ 维的非奇异对角矩阵, $\Lambda(z)$ 为 $m \times m$ 维的非奇异对角矩阵, 对角元素为首一的单项式, 即盲均衡是在源信号排列不定, 比例任意和延迟未知意义下恢复源信号, 此时认为系统是透明的(transparent)^[3,4,9].

本文重点放在如何构造评价函数和推导盲均衡算法研究上, 并不讨论算法所依赖的条件, 这一部分内容放在仿真试验中用例子来说明, 具体推导可以参考相关文献^[3,4,9]. 首先, 本文给出几个在构造评价函数和推导算法过程中用到的几个定义和假设条件.

定义 1 m 维信号 $y(t)$ 的相关矩阵 $R(t, \tau)$ 定义为

$$R(t, \tau) = \langle y(t) y^T(t-\tau) \rangle \quad (6)$$

式中 $\langle * \rangle$ 表示对变量 $*$ 的总体平均.

假设 1 m 维源信号 $s(t)$ 为零均值的非平稳信号, 即认为其相关矩阵

$$R_s(t, \tau) = \langle s(t) s^T(t-\tau) \rangle \quad (7)$$

是时间对 (t, τ) 的函数.

假设 2 m 维源信号 $s(t)$ 互相统计不相关, 即由式(7)可知, $R_s(t, \tau)$ 是一个对角矩阵.

3 多通道盲均衡算法

3.1 评价函数

对于非平稳信号的盲均衡算法, 很多学者仅仅应用 SOS 做了大量的研究^[3,4,9]. Kawarato M 和 Inouye Y 通过对角化均衡器输出信号的功率谱, 在频域给出评价函数, 并证明仅仅利用 SOS 在假设条件 1、2 下能够进行盲均衡, 满足式的要求^[4]. 本文所研究的算法基于均衡以后输出信号的功率谱矩阵的非对角元素的幅值为零, 比观察信号的功率谱幅值要小, 并由此构造评价函数. 下面首先给出假设条件, 然后构造评价函数.

假设 3 均衡以后输出信号 $y(t)$ 的功率谱矩阵 $S_y(f)$ 的非对角元素的幅值为零, 当然比观察信号的功率谱幅值要小. 进一步, 假设均衡以后输出信号的功率谱矩阵各元素的幅值和 $\sum_{\bar{j}} |S_{y, \bar{j}}(f)|^2$ 最小时, 满足式(5)的要求.

事实上, 源信号经过传递通道和均衡器以后, 由于各个信号之间的叠加, 可能使得信号减弱, 因此在算法中附加一个对角化的终止条件, 以满足假设 3 的成立. 具体考虑评价函数如下

$$J(W_p(t)) = \frac{1}{4L_f} \sum_{k=0}^{L_f-1} \|S_y(f_k)\|_{\bar{F}}^2 - \frac{1}{2L_f} \int \log |\det W(z, t)| |z|^{-1} dz \quad (8)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$, L_f 为在频域取值的长度. 第二项为约束项, 保证 $W(z, t) = 0$ 不是最小解, 也即确保均衡器得到非平凡解. 第一项的 Frobenius 定义如下 $\|S_y(f_k)\|_{\bar{F}}^2 = \sum_{i,j} |S_{y, \bar{j}}(f_k)|^2$.

在假设条件 1、2 和 3 下, $i \neq j$ 时该项达到最小. 如果把均衡器输出信号的功率谱矩阵对角元考虑在内, 则条件 3 可能不满足, 因此引入迭代终止条件

$$\beta = \sum_k \left[\sum_i \ln S_{y, \bar{j}}(f_k) - \ln \det S_y(f_k) \right] \geq 0 \quad (9)$$

由 Hadamard 定理^[7] 可以证明该不等式左边为 $W(z, t)$ 的非负函数 $\beta \geq 0$, 当且仅当均衡器输出信号的功率谱矩阵 $S_y(f)$ 为对角矩阵时满足 $\beta = 0$, 并且此时系统满足式(5)^[4]. 在下文提供的算法中, 将该迭代终止条件作为调节学习速率的一个参数, 起到约束作用, 使算法自适应地迭代终止.

3.2 基于自然梯度的算法

对于平稳信号的盲均衡算法, 典型的评价函数可以由均衡器输出信号的互信息导出, 需要利用未知源信号的分布函数, 然而由于事先并不知道源信号的概率分布, 因此大多数独立成分分析(ICA)算法都依赖于一种记录函数(score function)来适应源信号的不同分类^[1,2,5,6]; 也有学者在算法中直接估计概率密度函数, 也能进行盲均衡处理^[6]. 总之, 在这些算法中直接或间接地用到了 HOS.

梯度下降学习可用于推导给定评价函数最小化的学习算法. 当给定评价函数定义的参数空间为具有正交坐标系统的 Euclidean 空间时, 常规梯度能够给出最陡下降方向, 然而, 如果参数空间为一个曲线流形(Riemannian 空间)时, 正交的线

性坐标系并不存在, 常规梯度也不能给出最陡下降方向, 而自然梯度能够解决该问题^[1, 2, 5, 8]. 下面推导基于自然梯度的盲均衡算法.

定义 2 定义微分矩阵如下

$$dX(z, t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} dX_p(t) = dW(z, t) W(z, t)^{-1} \quad (10)$$

则容易得知存在关系

$$dy(t) = dW(z, t)[x(t)] = dX(z, t)[y(t)] \quad (11)$$

由定义 2 的式(10)和式(11), 式(8)对 $X_p(t)$ 求导, 得

$$\frac{d}{dX_p(t)} J(W_p(t)) = \frac{1}{4L_f} \sum_{k=0}^{L_f-1} [A(f_k) e^{j2\pi k p} + A^*(f_k) e^{-j2\pi k p}] - I \quad (12)$$

式中 $A(f) = S_y^*(f) S_y^T(f) + S_y^T(f) S_y^*(f)$. 式(12)中的微分是根据微分矩阵式(10)得到的, 值得注意的是 $dX(z, t)$ 是矩阵多项式 $dW(z, t)$ 中的系数微分元素 $dW_{ij}(z, t)$ 的线性组合, 只要 $W(z, t)$ 是非奇异的(这一点由式(8)中的第二项保证), 那么 $dX(z, t)$ 表示一个有效的式(8)最小化的搜索方向, 这是因为 $dX(z, t)$ 和 $dW(z, t)$ 张成同样的矩阵正切空间^[5, 8]. 因此, 一种可替换的随机梯度搜索法应用如下

$$W_p(t+1) = W_p(t) - \mu(T) \left[\frac{dJ(W(z, t))}{dX_p(t)} \right] W(z, t) \quad (13)$$

式中 $\mu(t)$ 为学习速率, 右边算子 $W(z, t)$ 仅仅作用在括号中梯度项的时域 p 上, 因此由式(13)应用的搜索方向仅仅是自然梯度搜索方向, 它使用 $W(z, t)$ 形式的所有矩阵滤波器空间的 Riemannian 测度张量.

将式(12)代入式(13), 得

$$W_p(t+1) = W_p(t) + \mu(t) \cdot \left[W_p(t) - \frac{1}{4L_f} \sum_{k=0}^{L_f-1} (B(f_k) + B^*(f_k)) \right] \quad (14)$$

式中 $B(f) = A(f) W(f) e^{j2\pi p}$, $W(f)$ 为均衡器传递函数 $W_p(t)$ 对延迟 p 的 Fourier 变换. 在算法中考虑迭代终止条件式(9), 则由式(14)可建立算法如下

$$W_p(t+1) = W_p(t) + \mu(t) \beta \cdot \left[W_p(t) - \frac{1}{4L_f} \sum_{k=0}^{L_f-1} (B(f_k) + B^*(f_k)) \right] \quad (15)$$

式中 $\mu(t) \beta$ 能够自适应地在算法接近收敛时结束迭代过程, 从而起到约束学习速率的作用.

另外, 在实践中不能实现双无限非因果的均衡器(2), 但是可以使用有限冲激响应的因果均衡器来近似这种双无限的均衡器(2), 设均衡器的长度为 L , 则

$$y(t) = \sum_{p=0}^L W_p(t) x(t-p) \quad (16)$$

4 仿真试验

本文提供的仿真试验是在人工混合的情况下进行的. 为了说明算法的性能, 用码间干扰 (ISI) 作为算法的评价指标^[1, 2], 算法的性能越好, ISI 的值越低, 因此它表示去混合和解卷积的程度.

考虑一个二输入三输出的 FIR 系统定义为 $H(z) =$

$H_I(z) U \Lambda(z)$, 式中

$$H_I(z) = \begin{bmatrix} 1.0 + 0.15z^{-1} + 0.1z^{-2} & 0.65 + 0.25z^{-1} + 0.15z^{-2} \\ 0.2 + 0.15z^{-1} + 0.1z^{-2} & 1.0 + 0.25z^{-1} + 0.1z^{-2} \\ 0.3 + 0.2z^{-1} + 0.05z^{-2} & 0.5 + 0.2z^{-1} + 0.1z^{-2} \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{12} & -\sin \frac{\pi}{12} \\ \sin \frac{\pi}{12} & \cos \frac{\pi}{12} \end{bmatrix}, \quad \Lambda(z) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix}$$

易知 $H_I(z)$ 是不可简约的^[4], 二输入源信号由 $s_1(t) = v_1(t)$, $s_2(t) = \frac{v_2(t)}{1 - 0.5z^{-1}}$ 产生, $v_1(t)$, $v_2(t)$ 为具有零均值单位方差的白化高斯随机信号, 并且互相独立.

在仿真试验中, 给出本文建议的算法式(15)和文献[4]提供的算法的比较. 文献提供的算法如下

$$W_p(t+1) = W_p(t) + \frac{\mu(t)}{L+1} \sum_{k=0}^{L_f} e^{j2\pi k p} \{ S_y(f_k) \}^{-1} - [\text{diag } S_y(f_k)]^{-1} W(f_k) S_x(f_k) \quad (17)$$

式中符号含义如前所述. 从算法式(17)可知, 该算法中必须计算功率谱矩阵的逆, 给算法应用带来不便, 而本文的算法式(15)计算相对简单; 另外, 算法式(17)和本文提供的算法都具有一个显著特征, 那就是虽然在频域实现, 但是并没有出现如文献[4, 10]所述的频域排列问题.

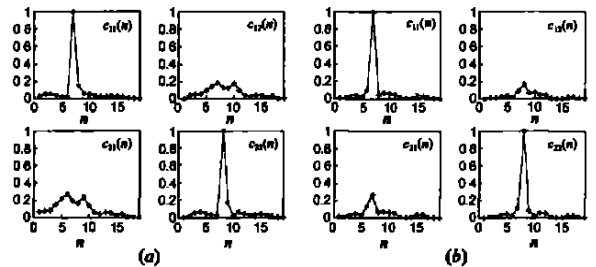


图 1 组合通道冲激响应
(a) 为由算法(17)计算的结果, $\mu(t)=0.001$;
(b) 为算法(15)计算的结果, $\mu(t)=0.00001$;

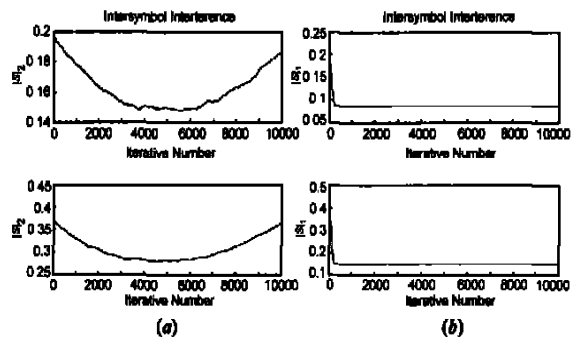


图 2 码间干扰
(a) 为由算法(17)计算的结果, $\mu(t)=0.001$;
(b) 为算法(15)计算的结果, $\mu(t)=0.00001$;

在仿真过程中, 两种算法都取 $L = 15, L_f = 16$. 仿真结果如图 1、2 所示, 图 1 为组合通道冲激响应各个元素 $c_{ij}(n), i, j = 1, 2$, 图 2 为码间干扰 ISI, 图中 (a) 为由算法(17)计算的结果; (b) 为算法式(15)计算的结果. 在计算过程中, 适当选择学习速率使算法收敛, 算法式(17)中选择 $\mu(t) = 0.001$, 算法式

(15) 中选择 $\mu(t) = 0.00001$. 由图 1、2 可知, 本文提供的算法式(15)在迭代终止条件式(9)所建议的约束学习速率下能够保证算法收敛, 从而进行盲均衡, 而算法式(17)有可能迭代发散.

5 总结

本文基于 SOS 在频域重新构造评价函数, 为避免得到平凡解在评价函数中额外引入了一项不可简约的均衡器多项式的描述(见式(8)中第二项). 然后, 应用自然梯度法导出盲均衡算法, 为了确保算法收敛, 同时给出迭代收敛条件, 在算法中将它用来约束学习速率. 仿真实验表明该算法能够分离可均衡的 FIR 系统, 而且算法中不用求矩阵逆, 在迭代终止条件下能够保证算法收敛, 从而证实了该算法的有效性.

综上所述, 本文提供的算法具有如下优点: (1) 算法中不必求矩阵逆, 计算相对简单; (2) 算法克服了其他算法在频域实现时的频域排列问题. (3) 算法在迭代终止条件所建议的约束学习速率下能够保证算法不发散.

参考文献:

- [1] Simon Haykin. Unsupervised Adaptive Filtering, volume II: Blind Deconvolution[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc. 2000.
- [2] A Hyvärinen, J Kahunen, E Oja. Independent Component Analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [3] Yingbo Hua, Tugnait J K. Blind identifiability of FIR-MIMO systems with colored input using second order statistics[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2000, 7(12): 348- 350.
- [4] Kawamoto M, Inouye Y. Blind deconvolution of MIMO-FIR channels driven by colored inputs using second order statistics[A]. ISCAS' 03. Proceedings of the 2003 International Symposium on[C]. ISCAS' 03, 2003. 48- 51.

- [5] Amari S, Douglas S C, Cichocki A, Yang H H. Novel on line adaptive learning algorithms for blind deconvolution using natural gradient approach[A]. Proc 11th IFAC Symp. System Identification[C]. Japan: IFAC Symp, 1997. 1007- 1012.
- [6] Jia P, Shi X Z. Multi channel blind deconvolution based on nonparametric density estimation[J]. IEEE proceedings of image, vision and signal processing. To be published.
- [7] Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis[M]. London: Cambridge University Press, 1985.
- [8] Amari S. Natural Gradient works efficiently in learning[J]. Neural Computation. 1998, 10(2): 251- 276.
- [9] Inouye Y, Liu Ruey Wen. A system theoretic foundation for blind equalization of an FIR MIMO channel system[J]. Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on, 2002, 49(4): 425- 436.
- [10] Ikeda S, Murata N. A method of ICA in time frequency domain[A]. Proceeding of First International Workshop on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation[C]. France: 1999. 245- 250.

作者简介:



沈希忠 男, 1968 年出生于上海, 目前在上海交通大学在职攻读博士学位, 同时在上海应用技术学院任教, 主要从事测试技术, 信号处理和神经网络. E-mail: shenxizhong@online.sh.cn

许海祥 男, 1972 年出生于安徽, 目前在上海交通大学攻读博士学位, 主要从事水声信号处理.